Leçon5 : Géométrie analytique

Correction de la serie : 12 d'éxercices : Le repère dans le pan

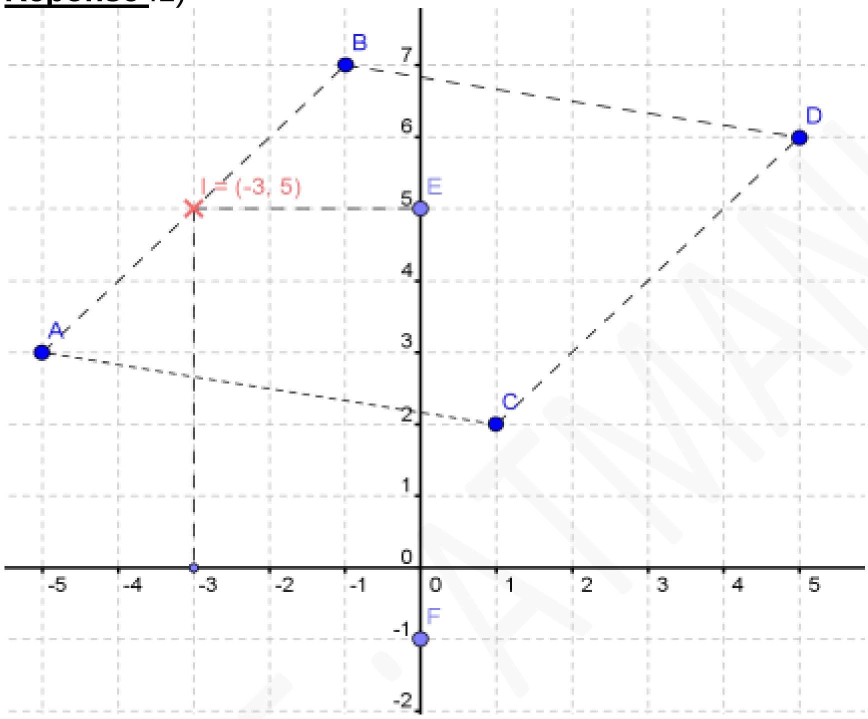
Exercice1 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Construire les points : $A(-4;2)$; $B(-2;3)$; $C(-5;3)$; $D(-3;4)$; $E(0;-1)$

2) Montrer que : ABDC est un parallelogramme

3°Déterminer graphiquement les coordonnée de I le milieu du segment [AB]

Réponse :1)



PROF : ATMANI NAJIB

Exercice2 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ et soient $A(1;2)$; $B(-5;4)$

Déterminer les coordonnée de I le milieu du segment [AB] et calculer $AB=\|\overrightarrow{AB}\|$

Réponse : 1) Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées $I\left(\frac{x_B+x_A}{2};\frac{y_B+y_A}{2}\right)$

Donc : $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ donc $I\left(\frac{1+(-5)}{2};\frac{2+4}{2}\right)$ donc : $I(-2;3)$

$AB=\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(-5-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

Exercice3 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

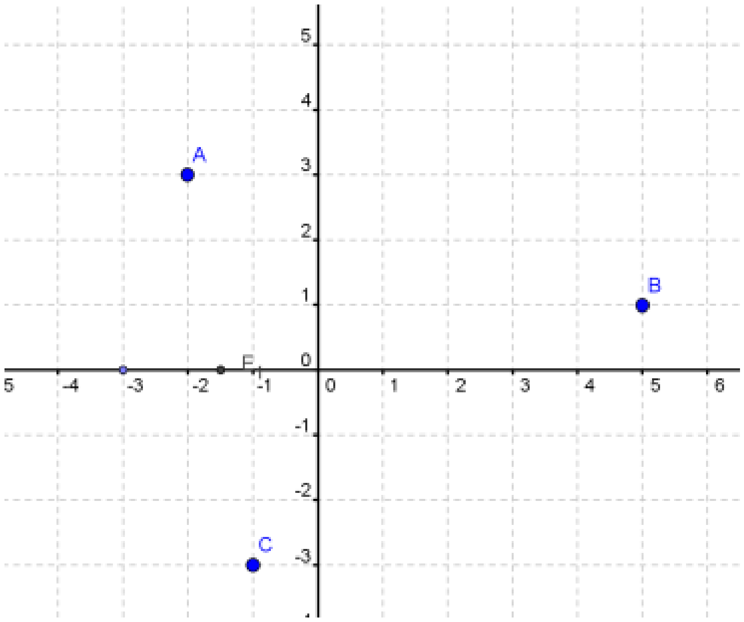
On considère la figure ci-contre.

1) Quelles sont les coordonnées des points A, B et C ?

2) Construire le point E de la droite (AB) et d'abscisse 2 .

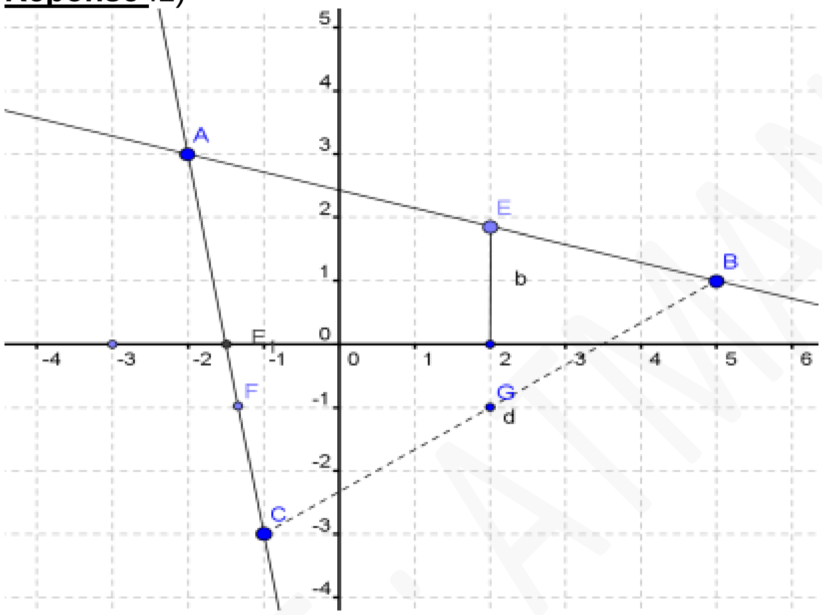
3) Construire le point F de la droite (AC) et d'ordonnée −1.

4) Placer le point G (2;−1). Que remarque-t-on ?Justifier par un calcul



PROF : ATMANI NAJIB

<u>Réponse</u> :1)



Par lecture graphique, j'obtiens :A(−2 ; 3) B (5 ; 1) et C (−1 ; −3)
2)3) Construction de E et F voir figure
4) voir figure Je remarque que le point G (2;−1) est le milieu de [BC]
En effet, soit N le milieu de [BC], N a pour coordonnées **:**

$N\left(\frac{x_C+x_B}{2};\frac{y_C+y_B}{2}\right)$ donc : $N\left(\frac{5+-1}{2};\frac{-3+1}{2}\right)$ donc : $N\left(2;-1\right)$

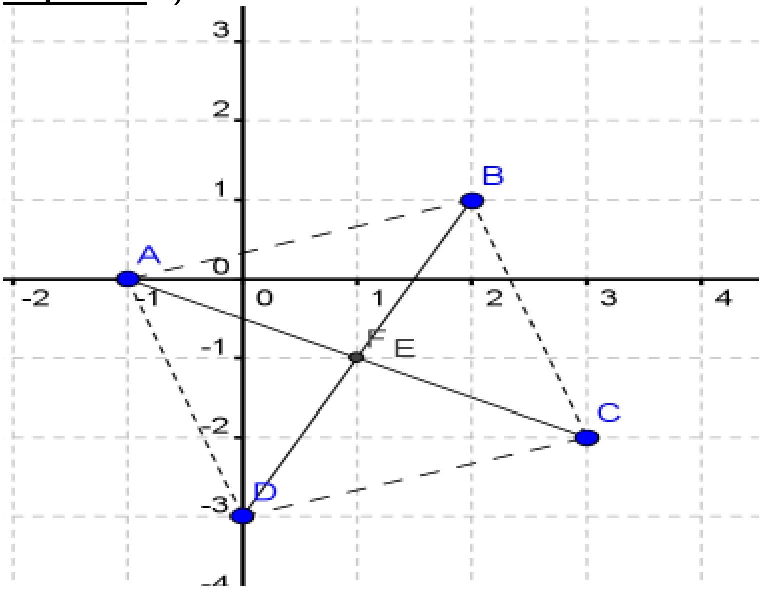
Conclusion : Les points N et G ont les mêmes coordonnées donc ils sont confondus, le point G est le milieu de [BC].

<u>Exercice4 :</u> Le plan est rapporté au Repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

et soient $A\left(-1;0\right)$; $B\left(2;1\right)$; $C\left(3;-2\right)$

1) Construire let placer les points : A ; B ; C
2) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
3) Calculer les longueurs AB, AC et BC.
4) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocél en A

Réponse :1)



2) On procède en deux étapes en introduisant le milieu des diagonales [AC] et [BD] de ABCD.

a)Le milieu du segment [AC] a pour coordonnées $\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ c'est-à-dire : $(1;-1)$

b)Le milieu du segment [BD] a pour coordonnées $I\left(\frac{x_B+x_D}{2};\frac{y_B+y_D}{2}\right)$

c'est-à-dire : $I\left(\frac{2+x_D}{2};\frac{1+y_D}{2}\right)$

ABCD étant un parallélogramme ssi ses diagonales ont le même milieu K

C'est-à-dire : $\left(\frac{2+x_D}{2};\frac{1+y_D}{2}\right)=(1;-1)$

Donc : $\frac{2+x_D}{2}=1$ et $\frac{1+y_D}{2}=-1$

Donc : $2+x_D=2$ et $1+y_D=-2$

Donc : $x_D=0$ et $y_D=-3$ donc : $D(0;-3)$

PROF : ATMANI NAJIB

3) Calcul des longueurs AB, CD ; AC et BC.

$AB=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\sqrt{(2--1)^2+(1-0)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$

$AB=CD=\sqrt{10}$ car ABCD estt un parallélogramme

$AC=\left\|\overrightarrow{AC}\right\|=\sqrt{(3--1)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$

$BC=\left\|\overrightarrow{BC}\right\|=\sqrt{(3-2)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$

4) on a : $AB=BC=\sqrt{10}$ donc : le triangle ABC est isocél en A

Et on a : $AB^2+AC^2=\left(\sqrt{10}\right)^2+\left(\sqrt{10}\right)^2=10+10=20$ et $BC^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2=4\times5=20$

Donc : $AB^2+AC^2=BC^2$

Par suite d'après le théorème de Pythagore réciproque le triangle ABC est rectangle en A

Exercice5: Dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

Soient les points A (-2 ; 1) et B (1 ; −1).

1) Calculer les coordonnées du point M tel que A soit le milieu du segment [BM]

2) Calculer les coordonnées du point N, symétrique de A par rapport à` B .

3) Démontrer que [AB] et [M N] ont même milieu.

Réponse 1) A le milieu du segment [BM]

Signifie que : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BA}$.

On a : $\overrightarrow{AM}\left(x_M+2;y_M-1\right)$ et $\overrightarrow{BA}(3;-2)$

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BA}$ Signifie que : $\begin{cases}x_M+2=3\\y_M-1=-2\end{cases}$

Équivaut à : $\begin{cases}x_M=1\\y_M=-1\end{cases}$ donc : $M(1;-1)$

2) N symétrique de A par rapport à *B*

Signifie que : $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{AB}$

On a : $\overrightarrow{BN}\left(x_N-1;y_N+1\right)$ et $\overrightarrow{AB}(-3;2)$

$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{AB}$ Signifie que : $\begin{cases}x_N-1=-3\\y_N+1=2\end{cases}$

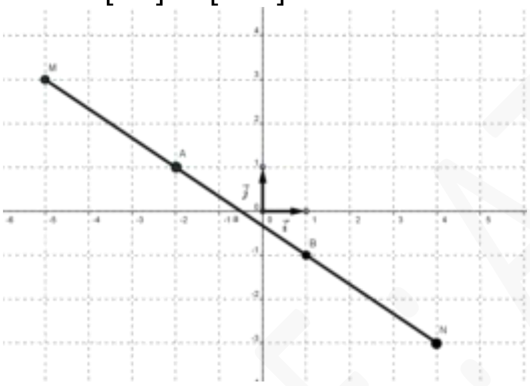
PROF : ATMANI NAJIB

Équivaut à : $\begin{cases}x_N=-2\\y_N=1\end{cases}$ donc : $N(-2;1)$

3) Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées $I\left(\frac{x_B+x_A}{2};\frac{y_B+y_A}{2}\right)$ c'est-à-dire : $I\left(\frac{-1}{2};0\right)$

Le milieu J du segment [M N] a pour coordonnées $J\left(\frac{x_M+x_N}{2};\frac{y_M+y_N}{2}\right)$ c'est-à-dire : $J\left(\frac{-1}{2};0\right)$

Donc : [AB] et [M N] ont même milieu car : $I=J$

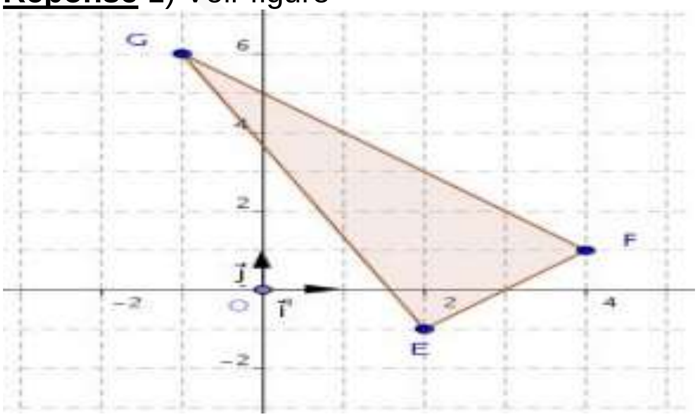


Exercice 6: Le plan est rapporté au Repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) Placer les points E (2 ; −1), F (4 ; 1) et G (-1 ; 6).

2) Quelle est la nature du triangle EFG ?

Réponse 1) Voir figure



2) Calculons les distances suivantes :
EF et FG et EG.

$EF = \|\overrightarrow{EF}\| = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{(4-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$EG = \|\overrightarrow{EG}\| = \sqrt{(x_G - x_E)^2 + (y_G - y_E)^2} = \sqrt{(-1-2)^2 + (6+1)^2} = \sqrt{58}$

$FG = \|\overrightarrow{FG}\| = \sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2} = \sqrt{(-1-4)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{50}$ On a : $EF^2 + FG^2 = 8 + 50 = 58$ et $EG^2 = 58$

Donc : $EF^2 + FG^2 = EG^2$

Par suite d'après le théorème de Pythagore réciproque le triangle EFG est rectangle en F

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

Prof/ATMANI NAJIB